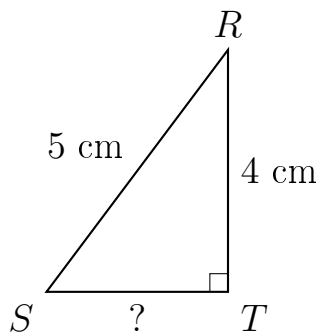


Théorème de Pythagore

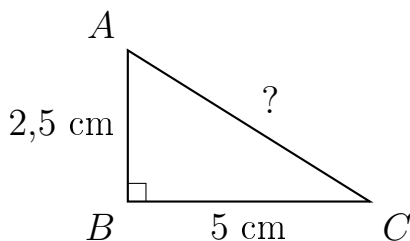
1 Calculs dans des triangles rectangles

Figure 1 : Calculer la valeur exacte de ST .



Correction : Le triangle RST est rectangle en T . D'après le théorème de Pythagore :
 $RS^2 = ST^2 + RT^2 \Rightarrow 5^2 = ST^2 + 4^2 \Rightarrow 25 = ST^2 + 16 \Rightarrow ST^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow ST = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$.

Figure 2 : Calculer la valeur exacte de AC , puis en donner la valeur arrondie au mm près.

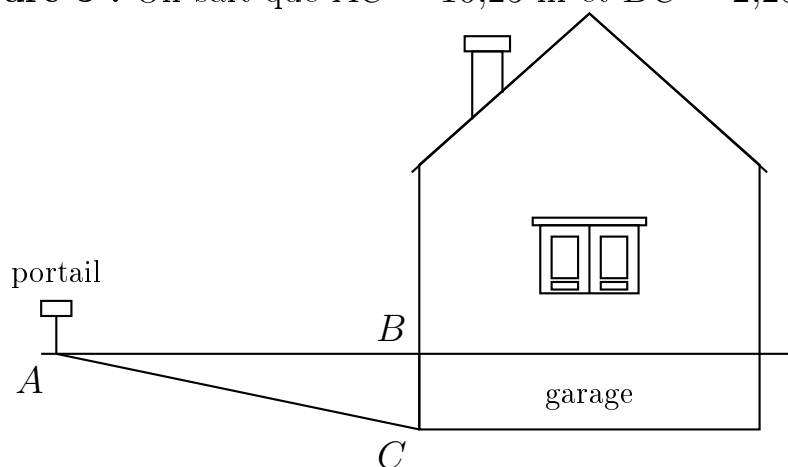


Correction : Le triangle ABC est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore :
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2,5^2 + 5^2 = 6,25 + 25 = 31,25$.

Valeur exacte : $AC = \sqrt{31,25} \text{ cm}$.

Valeur arrondie au mm près : $AC \approx 5,6 \text{ cm}$.

Figure 3 : On sait que $AC = 10,25 \text{ m}$ et $BC = 2,25 \text{ m}$. Calcule AB .



Correction : Le triangle ABC est rectangle en B (le côté $[AC]$ étant le plus grand) :
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 10,25^2 = AB^2 + 2,25^2 \Rightarrow 105,0625 = AB^2 + 5,0625 \Rightarrow AB^2 = 100 \Rightarrow AB = 10 \text{ m}$.

2 Construction et calcul

On considère le triangle DEF rectangle en D avec $DE = 7$ cm et $EF = 8$ cm.

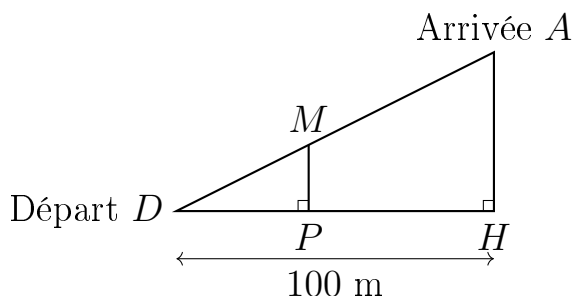
1. Construire le triangle DEF .
2. Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au mm près de DF .

Correction :

1. (Construction à réaliser au brouillon/cahier).
2. Le triangle DEF est rectangle en D . D'après le théorème de Pythagore :
 $EF^2 = DE^2 + DF^2 \implies 8^2 = 7^2 + DF^2 \implies 64 = 49 + DF^2 \implies DF^2 = 64 - 49 = 15$.
Valeur exacte : $DF = \sqrt{15}$ cm.
Valeur approchée : $DF \approx 3,9$ cm (soit 39 mm).

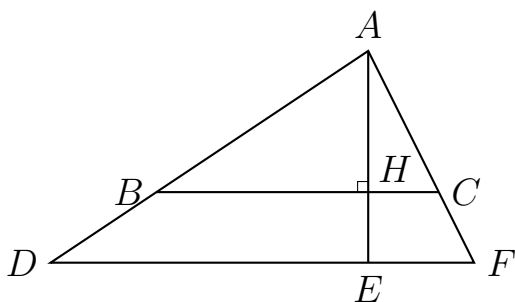
3 Problèmes de géométrie

Figure 1 : La longueur AD est de 125 m. Calcule AH .



Correction : Le triangle ADH est rectangle en H . D'après le théorème de Pythagore :
 $AD^2 = AH^2 + DH^2 \implies 125^2 = AH^2 + 100^2 \implies 15625 = AH^2 + 10000 \implies AH^2 = 5625 \implies AH = 75$ m.

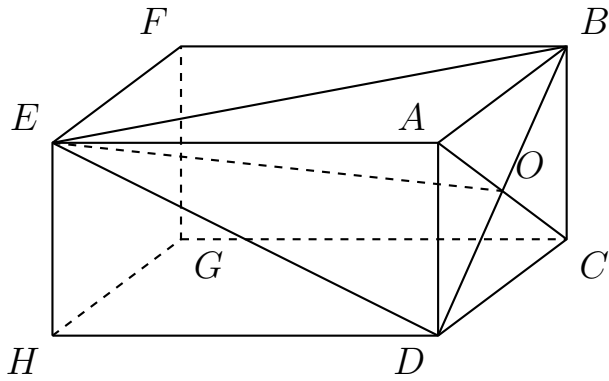
Figure 2 : On donne $AB = 10\sqrt{3}$ et $AH = 5\sqrt{3}$. Calcule BH .



Correction : Le triangle ABH est rectangle en H . D'après le théorème de Pythagore :
 $AB^2 = AH^2 + BH^2 \implies (10\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})^2 + BH^2 \implies 100 \times 3 = 25 \times 3 + BH^2 \implies 300 = 75 + BH^2 \implies BH^2 = 225 \implies BH = 15$.

4 Perspective cavalière

La figure est le dessin, en perspective cavalière, d'un parallélépipède rectangle de 8 cm de longueur. La face $ABCD$ est un carré de 4 cm de côté et de centre O ($BC = 4$ cm et $HD = 8$ cm). Calcule les distances BD , DE et EB .



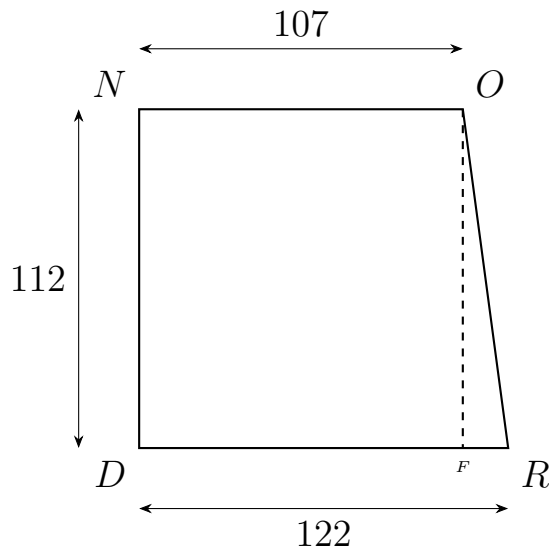
Correction :

- Dans le carré $ABCD$, le triangle BCD est rectangle en C : $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,66$ cm.
- Dans le rectangle $ADHE$, le triangle ADE est rectangle en D : $DE = \sqrt{AD^2 + DH^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \approx 8,94$ cm.
- Dans le rectangle $ABFE$, le triangle ABE est rectangle en A : $EB = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \approx 8,94$ cm.

Sujets de devoir

1 Étude de quadrilatères

1. Quelle est la nature du quadrilatère $NORD$?
2. Quelle est la nature du quadrilatère $NOFD$?
3. En déduire les longueurs FO , DF et FR .
4. Calculer la longueur OR .

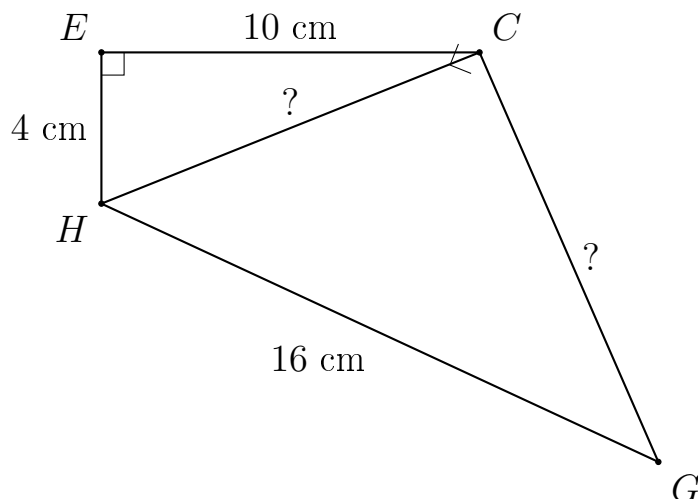


Correction :

1. $NORD$ possède deux angles droits consécutifs (en N et D), c'est donc un trapèze rectangle.
2. $NOFD$ possède trois angles droits (en N , D et F), c'est donc un rectangle.
3. Dans un rectangle les côtés opposés sont égaux, donc : $FO = ND = 112$ et $DF = NO = 107$. On en déduit $FR = DR - DF = 122 - 107 = 15$.
4. Dans le triangle OFR rectangle en F : $OR^2 = OF^2 + FR^2 = 112^2 + 15^2 = 12544 + 225 = 12769$. Donc $OR = \sqrt{12769} = 113$.

2 Périmètres et longueurs

1. Calculer HC au mm près.
2. Calculer la valeur exacte du périmètre de la figure $HECG$ puis en donner une valeur approchée au mm près.



Correction :

1. Dans EHC rectangle en E : $HC^2 = EH^2 + EC^2 = 4^2 + 10^2 = 116 \implies HC = \sqrt{116} \approx 10,8$ cm.
2. Dans HCG rectangle en C : $HG^2 = HC^2 + CG^2 \implies 16^2 = 116 + CG^2 \implies 256 = 116 + CG^2 \implies CG^2 = 140 \implies CG = \sqrt{140}$ cm.
Le périmètre est $\mathcal{P} = HE + EC + CG + GH = 4 + 10 + \sqrt{140} + 16 = 30 + \sqrt{140}$ cm (Valeur exacte).
 $\mathcal{P} \approx 30 + 11,8 = 41,8$ cm (Valeur approchée au mm).

3 Le Losange

1. Construire un losange $ABCD$ de centre I tel que $AB = 3$ cm et $AC = 4,8$ cm.
2. Élodie affirme : « la longueur de la diagonale $[BD]$ est les $\frac{3}{8}$ de l'autre diagonale. » A-t-elle raison ? Justifier par des calculs.

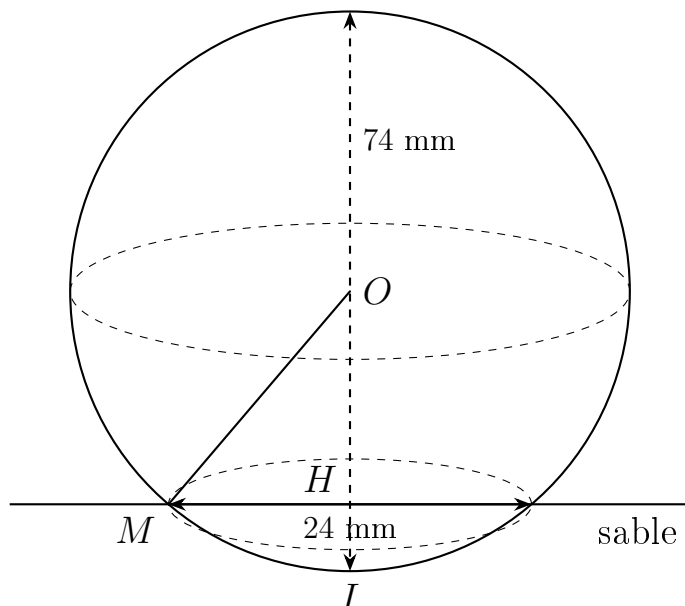
Correction :

1. (Construction à faire sur feuille).
2. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
Le triangle AIB est donc rectangle en I avec $AI = AC \div 2 = 2,4$ cm.
D'après Pythagore : $AB^2 = AI^2 + IB^2 \implies 3^2 = 2,4^2 + IB^2 \implies 9 = 5,76 + IB^2 \implies IB^2 = 3,24 \implies IB = 1,8$ cm.
La diagonale BD vaut donc $2 \times 1,8 = 3,6$ cm.
Calculons la fraction proposée par Élodie : $\frac{3}{8} \times AC = \frac{3}{8} \times 4,8 = 1,8$ cm.
Comme $3,6 \neq 1,8$, Élodie a tort (la longueur $[BD]$ est en fait les $\frac{3}{4}$ de $[AC]$).

4 Problème de la balle

Une balle en plastique de 74 mm de diamètre a laissé une trace dans le sable de 24 mm de diamètre.

1. Calculer les longueurs OM , OI et HM .
2. Calculer la longueur OH , et en déduire à quelle profondeur la balle s'est enfoncée.



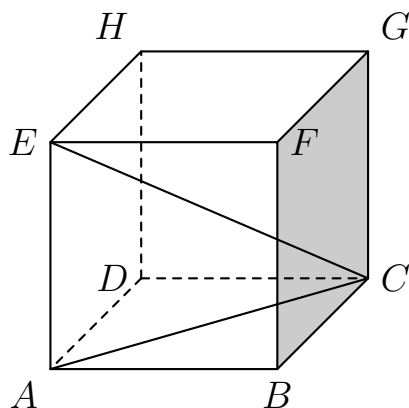
Correction :

1. OM est le rayon de la balle : $OM = 74 \div 2 = 37$ mm. OI est aussi un rayon donc $OI = 37$ mm. HM est le rayon de la trace : $HM = 24 \div 2 = 12$ mm.
2. Dans le triangle OHM rectangle en H : $OM^2 = OH^2 + HM^2 \implies 37^2 = OH^2 + 12^2 \implies 1369 = OH^2 + 144 \implies OH^2 = 1225 \implies OH = 35$ mm.
La profondeur d'enfoncement est $HI = OI - OH = 37 - 35 = 2$ mm.

5 Géométrie dans l'espace

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 4 cm.

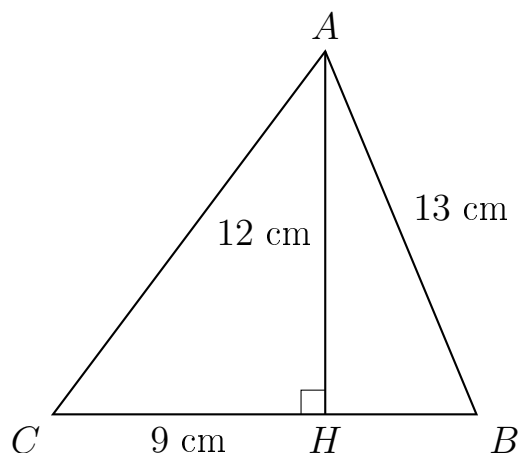
1. Nature de la face $ABCD$?
2. Nature du triangle ABC ?
3. Rôle de $[AC]$ pour $ABCD$?
4. Rôle de $[AC]$ pour ABC ?
5. Nature du triangle ACE ?
6. Rôle de $[CE]$ pour ACE ?
7. Longueur AC au mm près ?
8. Valeur exacte puis arrondie de CE ?



Correction : 1. Carré. 2. Triangle rectangle isocèle en B . 3. Diagonale. 4. Hypoténuse. 5. Triangle rectangle en A . 6. Hypoténuse. 7. Dans ABC : $AC^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \implies AC = \sqrt{32} \approx 5,7$ cm (ou 57 mm). 8. Dans ACE rect. en A : $CE^2 = AC^2 + AE^2 = 32 + 4^2 = 48 \implies CE = \sqrt{48} \approx 6,9$ cm.

6 Aire et périmètre

1. À l'aide des informations données par la figure, calculer AC et HB .
2. Calculer l'aire et le périmètre du triangle ABC .

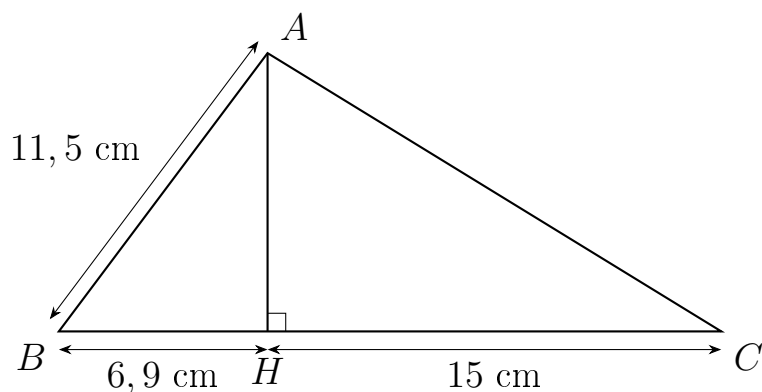


Correction :

1. Dans AHB rectangle en H : $AB^2 = AH^2 + HB^2 \implies 13^2 = 12^2 + HB^2 \implies HB^2 = 169 - 144 = 25 \implies HB = 5\text{ cm}$.
Dans AHC rectangle en H : $AC^2 = AH^2 + HC^2 \implies AC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \implies AC = 15\text{ cm}$.
2. Côté $BC = HC + HB = 9 + 5 = 14\text{ cm}$.
Périmètre : $\mathcal{P} = AB + BC + AC = 13 + 14 + 15 = 42\text{ cm}$.
Aire : $\mathcal{A} = (BC \times AH) \div 2 = (14 \times 12) \div 2 = 84\text{ cm}^2$.

7 Calculs de longueurs

Donner les valeurs exactes de AH puis de AC . Donner ensuite les valeurs approchées au millièm.



Correction : Dans AHB rect. en H : $AB^2 = AH^2 + HB^2 \implies 11,5^2 = AH^2 + 6,9^2 \implies 132,25 = AH^2 + 47,61 \implies AH^2 = 84,64 \implies AH = 9,2\text{ cm}$.
Dans AHC rect. en H : $AC^2 = AH^2 + HC^2 = 84,64 + 15^2 = 84,64 + 225 = 309,64 \implies AC = \sqrt{309,64} = 17,6\text{ cm}$.

Les valeurs étant exactes, au millièm on écrirait $AH = 9,200\text{ cm}$ et $AC = 17,600\text{ cm}$.