

1 Calcul avec des relatifs

a Additions et Soustractions

- Pour additionner deux nombres de même signe, on garde le signe et on additionne les valeurs absolues
- Pour additionner deux nombres relatifs de signe différent, on soustrait la plus grande valeur absolue moins la plus petite valeur absolue.
- Pour soustraire un nombre, on ajoute son opposé.

► Exemple :

$$2 + (-5, 3) = -3, 3$$

$$-3, 6 + (-9, 2) = -12, 8$$

$$3, 5 - (-8, 2) = 3, 5 + (+8, 2) = 3, 5 + 8, 2 = 11, 7$$

$$2, 1 - (+4, 6) = 2, 1 + (-4, 6) = -2, 5.$$

b Multiplications et divisions

Pour une multiplication où une division, on applique la règle des signes

+	+	→	+
-	-	→	+
+	-	→	-
-	+	→	-

► Exemple :

$$2 \times 3 = 6$$

$$(-2) \times (-3) = 6$$

$$2 \times (-3) = -6$$

$$-2 \times 3 = -6$$

2 Calcul avec des rationnels

<https://www.youtube.com/watch?v=a0Qb812W75c>

a Addition de fractions

Pour additionner deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun. Ceci est valable aussi pour la soustraction.

Remarque : Si les deux nombres en écriture fractionnaire n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les réduire au même dénominateur.

b Multiplication de fractions

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

c Division de fractions

Pour diviser deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie le premier par l'inverse du second.

1 Calcul avec les racines

► **Définition :** a étant un nombre positif, la racine carrée de a est le seul nombre positif dont le carré est a .

La racine carrée de a se note $\sqrt{a}$.

► **Exemple :**

$$\sqrt{49} = 7$$

car 7 est le nombre positif dont le carré est égal à 49

L'écriture $\sqrt{-16}$ n'a pas de sens. Il n'existe pas de nombre dont le carré vaut -16 .

2 Encadrer une racine carrée par deux entiers consécutifs

Remarque : La plupart des racines carrées n'admettent ni une écriture décimale ni une écriture fractionnaire, par exemple $\sqrt{2} = 1.414\dots$

Quelques nombres ont une racine carrée entière : les carrés parfaits :

Nombre n	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
$\sqrt{n}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Pour encadrer une racine carrée, on utilise la liste des racines carrées utiles à connaître

► **Exemple :**

$\sqrt{20}$ est compris entre $\sqrt{16}$ et $\sqrt{25}$

On a alors : $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$

Soit : $4 < \sqrt{20} < 5$

On peut vérifier avec la calculatrice :

$$\sqrt{20} = 4,47213595499957939\dots$$

3 Simplifier les écritures contenant des racines carrées

► **Propriétés** Pour tout nombre positif a , $a \geq 0$, $\sqrt{a^2} = \sqrt{a^2} = a$
Pour tout nombres positifs a et b , $a \geq 0$, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($b \neq 0$)

Pour Simplifier une racine, on extrait un carré parfait de la racine

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{72} \\ &= \sqrt{36 \times 2} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

On applique les règles classiques de développement d'une expression comme on peut le faire en calcul littéral. Les racines sont alors « traitées » comme une inconnue.

$$\begin{aligned} D &= (3 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2}) \\ &= 3 - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ &= 3 - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

1 La notation puissance

Soient a un nombre rationnel et n un nombre entier positif.

► Définition :

- a^n désigne le produit de n facteurs égaux à a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- a^{-n} désigne l'inverse de a^n (avec $a \neq 0$) : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $0^n = 0$ avec $n \geq 1$.

a^n se lit « a exposant n » ou « a puissance n »

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1 (n \neq 0)$
- a^2 se lit a au carré
- a^3 se lit a au cube
- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
- $2000^1 = 2000$
- $0^{32} = 0$
- $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

2 Calculs avec les puissances de 10

- 10^n désigne le produit de n facteurs égaux à 10 : $10^n = 10 \times 10 \times \cdots \times 10 = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$

- L'exposant de 10 désigne le nombre de zéros à mettre à droite du 1 (exposant positif) ou le nombre total de zéros à gauche du 1 (exposant négatif).

- Pour multiplier un nombre par 10^n , on déplace la virgule de
 → n rangs vers la **droite** si $n > 0$
 → n rangs vers la **gauche** si $n < 0$.
- $10^3 = 1000$; $10^{-2} = 0,01$
- $345 \times 10^3 = 345 \times 1000 = 345000$
- $17,125 \times 10^5 = 1\,712\,500$
- $0,04 \times 10^3 = 40$
- $57 \times 10^{-3} = 0,057$

3 Ecriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ où $1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif.

- $134,65 = 1,3465 \times 10^2$
- $0,057 = 5,7 \times 10^{-2}$
- $456000 = 4,56 \times 10^5$
- $0.000023 = 2,3 \times 10^{-5}$

3 Prefixes multiplicateurs

Tableau des préfixes multiplicateurs

Préfixe	Symbole	Puissance	Préfixe	Symbole	Puissance
giga	G	10^9	déci	d	10^{-1}
méga	M	10^6	centi	c	10^{-2}
kilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}

4 Règle de calculs

a et b désignent deux nombres relatifs différents de 0, n et p désignent deux entiers relatifs.

- $a^m \times a^p = a^{m+p}$ règle du produit
- $\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ règle du quotient
- $(a^m)^p = a^{m \times p}$ règle d'une puissance
- $(ab)^n = a^n b^n$ puissance d'un produit
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ puissance d'un quotient

a et b désignent deux nombres relatifs différents de 0, n et p désignent deux entiers relatifs.

► **Exemple :**

- $(a^3)^2 = a^6$
- $(a^2b^3)^{-2} \times a^5 = a^{-4}b^{-6}a^5 = ab^{-6}$
- $\frac{a^3bc^5}{ab^{-2}c^{-3}} = a^2b^3c^8$

5 Priorités opératoires

Dans une suite de calculs, on effectue dans l'ordre :

- les calculs entre parenthèses,
- les puissances,
- les multiplications et les divisions,
- les additions et les soustractions.