

► **Définition** : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre non nul. Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

1 Reconnaître une situation de proportionnalité

a Avec un tableau

► **Définition** : Dans un tableau représentant deux grandeurs, si les valeurs de la première grandeur sont proportionnelles aux valeurs de la seconde, ce tableau est appelé **tableau de proportionnalité**. Il s'agit dans ce cas d'une situation de proportionnalité.

► **Propriétés** Si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut les représenter dans un tableau de proportionnalité, dans lequel les lignes (ou les colonnes) sont proportionnelles entre elles.

► **Méthode** : Pour déterminer si deux grandeurs représentées dans un tableau sont proportionnelles, on peut calculer les quotients des valeurs correspondantes de ces grandeurs.

Masse de cerises (en kg)	0,5	1	2	5
Prix (en euros)	1,35	2,70	5,40	13,50

) × 2,70

► Exemple :

$$\frac{1,35}{0,5} = \frac{2,70}{1} = \frac{5,40}{2} = \frac{13,50}{5} = 2,7$$

Le tableau est donc un tableau de proportionnalité.

La masse de cerises est proportionnelle au prix et 2,70 est le coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le prix de 1 kg de cerises.

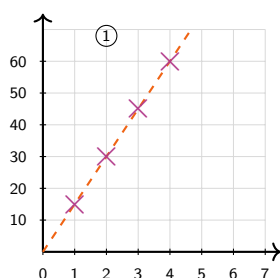
b Avec un graphique

► Propriétés

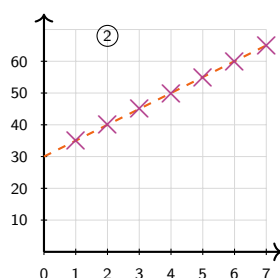
Une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

Réciproquement, si une situation est représentée graphiquement par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère, alors c'est une situation de proportionnalité.

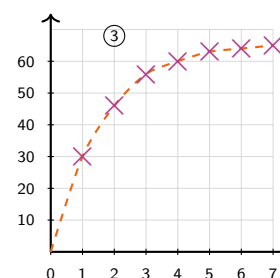
Exemples :



C'est une situation de proportionnalité car les points sont alignés avec l'origine.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la droite ne passe pas par l'origine.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car les points ne sont pas alignés.

2 Calculer une quatrième proportionnelle

► Propriétés

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, lorsque l'on ne connaît que trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée **quatrième proportionnelle**.

► Exemple :

Il faut 300 g de riz pour préparer un plat pour 5 personnes. Combien en faut-il pour 7 personnes ?

Méthode 1 : Utilisation du coefficient de proportionnalité

Nombre de personnes	5	7
Poids de riz (en g)	300	x

► Exemple :

Calcul du coefficient :
 $\frac{300}{5} = 60$
 $x = 7 \times 60 = 420 \text{ g}$

Méthode 2 : Par retour à l'unité

Nombre de personnes	5	1	7
Poids de riz (en g)	300	60	420

► Exemple :

$\frac{300}{5} = 60$ donc pour 1 personne, il faut 60 g.
 $60 \times 7 = 420 \text{ g}$.

Méthode 3 : Utilisation du lien entre les colonnes

Nombre de personnes	5	7	12
Poids de riz (en g)	300	420	x

► Exemple :

$5 \times 1,4 = 7$ donc :
 $x = 300 \times 1,4 = 420 \text{ g}$
Ou par addition : $5 + 7 = 12$ donc :
 $x = 300 + 420 = 720 \text{ g}$

Méthode 4 : Règle de trois ou produit en croix

► **Propriétés** Les nombres a , b et c étant connus (a non nul), l'égalité des produits en croix donne :

$$a \times x = b \times c \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{b \times c}{a}$$

Nombre de personnes	5	7
Poids de riz (en g)	300	x

► **Exemple :**

$$5 \times x = 300 \times 7$$

$$x = \frac{300 \times 7}{5} = 420 \text{ g}$$

3 Utiliser la proportionnalité

a Ratio

► **Propriétés** On dit que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 (dit « 2 pour 3 ») si : $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$.

On dit que trois nombres a , b et c sont dans le ratio 2 : 3 : 4 si : $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$.

Dire que a et b sont dans le ratio 2 : 3 signifie aussi que : $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$.

► Exemple :

	Huile	Vinaigre	TOTAL
Ratio	3	1	4
Quantité (mL)	y	x	500

$$x = \frac{1 \times 500}{4} = 125 \text{ mL}$$

$$y = \frac{3 \times 500}{4} = 375 \text{ mL}$$

Il faut donc 375 mL d'huile et 125 mL de vinaigre.

b Échelle

► Définition :

L' **échelle** d'une reproduction est le coefficient de proportionnalité entre les dimensions réelles et les dimensions sur la reproduction, exprimées dans la même unité :

$$\text{Échelle} = \frac{\text{Longueur sur le plan}}{\text{Longueur réelle}}$$

► Exemple :

Distance sur la carte (en cm)	1	8,5
Distance réelle (en cm)	200 000	1 700 000

1 700 000 cm = 17 000 m = 17 km. Léa habite à 17 km de son collège.

c Pourcentages

► Définition & Propriété :

Un **pourcentage** est le coefficient de proportionnalité d'une situation ; il s'écrit sous forme fractionnaire de dénominateur 100. Calculer $p\%$ d'une quantité revient à la multiplier par $\frac{p}{100}$.

► Exemple :

Dans une classe de 30 élèves, 60 % pratiquent un sport.

$$30 \times \frac{60}{100} = 18 \text{ élèves.}$$

► Exemple :

Sur 25 élèves, 3 sont externes.

Nombre d'élèves	25	100
Nombre d'externes	3	x

► Exemple :

$$x = \frac{100 \times 3}{25} = 12. \text{ Il y a donc } 12\% \text{ d'externes.}$$

► Propriétés Augmentation et Réduction

Augmenter une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Diminuer une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

► Exemple :

Un article coûte 45 €. Il est soldé à -20% .

$$1 - \frac{20}{100} = 0,80 \quad \text{et} \quad 45 \times 0,80 = 36 \text{ €}.$$

► Exemple :

Un article coûte 45 €. Son prix augmente de 20% .

$$1 + \frac{20}{100} = 1,20 \quad \text{et} \quad 45 \times 1,20 = 54 \text{ €}.$$