

1 Développer les expressions suivantes.

$$A = 5(3x + 2)$$

$$B = -3(2x - 5)$$

$$C = 5x(-3x + 2)$$

Correction :

$$A = 15x + 10$$

$$B = -6x + 15$$

$$C = -15x^2 + 10x$$

2 Développer puis réduire les expressions suivantes.

$$A = 3(2x - 4) + 5(3 - x)$$

$$B = 2x(5 + 3x) - 4(x + 5)$$

Correction :

$$A = 6x - 12 + 15 - 5x = x + 3$$

$$B = 10x + 6x^2 - 4x - 20 = 6x^2 + 6x - 20$$

3 Développer puis réduire les expressions suivantes.

$$A = (4x - 8) - (3x - 7) + (-2x + 3)$$

$$B = (6x^2 - 5x + 7) - (4x^2 - 5x - 5)$$

$$C = -(3x^2 - 5x + 2) + (2x^2 - 2x + 8) - (3 - 2x + 2x^2)$$

Correction :

$$A = 4x - 8 - 3x + 7 - 2x + 3 = -x + 2$$

$$B = 6x^2 - 5x + 7 - 4x^2 + 5x + 5 = 2x^2 + 12$$

$$C = -3x^2 + 5x - 2 + 2x^2 - 2x + 8 - 3 + 2x - 2x^2 = -3x^2 + 5x + 3$$

4 Développer puis réduire les expressions suivantes.

$$A = (4x + 5)(3x + 2)$$

$$C = (4x - 3)(5x - 2)$$

$$B = (5x - 2)(x + 7)$$

$$D = -4(5x - 2)$$

Correction :

$$A = 12x^2 + 8x + 15x + 10 = 12x^2 + 23x + 10$$

$$B = 5x^2 + 35x - 2x - 14 = 5x^2 + 33x - 14$$

$$C = 20x^2 - 8x - 15x + 6 = 20x^2 - 23x + 6$$

$$D = -20x + 8$$

5 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

$$A = (6x - 4) - (2x - 8)$$

$$C = (6x - 4) + (2x - 8)$$

$$B = (6x - 4)(2x - 8)$$

$$D = 6x - 4(2x - 8)$$

Correction :

$$A = 6x - 4 - 2x + 8 = 4x + 4$$

$$B = 12x^2 - 48x - 8x + 32 = 12x^2 - 56x + 32$$

$$C = 6x - 4 + 2x - 8 = 8x - 12$$

$$D = 6x - 8x + 32 = -2x + 32$$

6 Développer puis réduire les expressions suivantes.

$$A = (x - 5)(3x + 5) + (4x - 2)(5x - 2)$$

$$B = (3x + 2)(2x - 5) - (6x - 5)(4x + 2)$$

$$C = (4x - 5)(2x - 5) - (4x + 1)(2x - 3)$$

Correction :

$$A = (3x^2 + 5x - 15x - 25) + (20x^2 - 8x - 10x + 4) = 23x^2 - 28x - 21$$

$$B = (6x^2 - 15x + 4x - 10) - (24x^2 + 12x - 20x - 10) = 6x^2 - 11x - 10 - 24x^2 + 8x + 10 = -18x^2 - 3x$$

$$C = (8x^2 - 20x - 10x + 25) - (8x^2 - 12x + 2x - 3) = 8x^2 - 30x + 25 - 8x^2 + 10x + 3 = -20x + 28$$

7 Recopier et compléter.

$$A = (a + b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$B = (a - b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$C = (a + b)(a - b) = \dots\dots\dots$$

Correction :

$$A = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$B = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$C = (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

8 Développer et réduire les expressions suivantes.

$$A = (x + 4)^2$$

$$D = (3x - 1)^2$$

$$B = (1 - y)^2$$

$$E = (2 - 3y)(2 + 3y)$$

$$C = (t - 3)(t + 3)$$

$$F = (5 + 2x)^2$$

Correction :

$$A = x^2 + 8x + 16$$

$$B = 1 - 2y + y^2$$

$$C = t^2 - 9$$

$$D = 9x^2 - 6x + 1$$

$$E = 4 - 9y^2$$

$$F = 25 + 20x + 4x^2$$

9 Développer et réduire.

$$A = x(2x + 1)$$

$$B = 3x(-2x + 2)$$

$$C = 5x^2(x + 7)$$

$$D = \frac{-4x}{3}(-6x + 9)$$

$$E = 3(2x + 1)(-x)$$

$$F = (5x - 2)(2x + 3)$$

$$G = (3 - 7x)(9x + 1)$$

$$H = \left(x - \frac{1}{2}\right)(2x + 1)$$

$$I = 5(2x - 8)(1 + 3x)$$

$$J = \frac{4x + 1}{5}(3x + 2)$$

$$K = (2y - 3)(4 - 5y)$$

$$L = \left(\frac{4}{5} - 2x\right)\left(2x + \frac{4}{5}\right)$$

Correction :

$$A = 2x^2 + x$$

$$B = -6x^2 + 6x$$

$$C = 5x^3 + 35x^2$$

$$D = 8x^2 - 12x$$

$$E = -3x(2x + 1) = -6x^2 - 3x$$

$$F = 10x^2 + 15x - 4x - 6 = 10x^2 + 11x - 6$$

$$G = 27x + 3 - 63x^2 - 7x = -63x^2 + 20x + 3$$

$$H = 2x^2 + x - x - \frac{1}{2} = 2x^2 - \frac{1}{2}$$

$$I = 5(2x + 6x^2 - 8 - 24x) = 30x^2 - 110x - 40$$

$$J = \frac{12x^2 + 8x + 3x + 2}{5} = \frac{12x^2 + 11x + 2}{5}$$

$$K = 8y - 10y^2 - 12 + 15y = -10y^2 + 23y - 12$$

$$L = \left(\frac{4}{5} - 2x\right)\left(\frac{4}{5} + 2x\right) = \frac{16}{25} - 4x^2$$

10 Développer chacune des expressions littérales suivantes.

$$A = (6x - 4)^2$$

$$B = (2x + 5)^2$$

$$C = (3x + 5) \times (5x - 3)$$

$$D = (3x - 2) \times (2x + 3)$$

$$E = -(9x + 6)^2$$

$$F = \left(\frac{2}{9}x + \frac{1}{9}\right) \left(\frac{1}{9}x - \frac{2}{9}\right)$$

Correction :

$$A = 36x^2 - 48x + 16$$

$$B = 4x^2 + 20x + 25$$

$$C = 15x^2 - 9x + 25x - 15 = 15x^2 + 16x - 15$$

$$D = 6x^2 + 9x - 4x - 6 = 6x^2 + 5x - 6$$

$$E = -(81x^2 + 108x + 36) = -81x^2 - 108x - 36$$

$$F = \frac{2}{81}x^2 - \frac{4}{81}x + \frac{1}{81}x - \frac{2}{81} = \frac{2}{81}x^2 - \frac{1}{27}x - \frac{2}{81}$$

11 Développer chacune des expressions littérales suivantes.

$$A = (7x - 9) \times (7x + 9)$$

$$B = (4x - 5)^2$$

$$C = (2x + 3)^2$$

$$D = (2x - 5) \times (2x + 5)$$

$$E = -(x + 2) \times (2x - 1)$$

$$F = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$$

Correction :

$$A = 49x^2 - 81$$

$$B = 16x^2 - 40x + 25$$

$$C = 4x^2 + 12x + 9$$

$$D = 4x^2 - 25$$

$$E = -(2x^2 - x + 4x - 2) = -2x^2 - 3x + 2$$

$$F = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$$

12 Factoriser.

$$A = 6x + 6y$$

$$B = 20 - 30a$$

$$C = 15a - 25b$$

$$D = 9a^2 + 12a$$

$$E = 15x^2 + 5x$$

$$F = 16x^2 + 24x$$

Correction :

$$A = 6(x + y)$$

$$B = 10(2 - 3a)$$

$$C = 5(3a - 5b)$$

$$D = 3a(3a + 4)$$

$$E = 5x(3x + 1)$$

$$F = 8x(2x + 3)$$

13 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (6x + 3)(4x - 5) + (3x + 1)(6x + 3)$$

$$B = (2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3)$$

$$C = (3x + 5)(3 - 2x) - (3x + 5)(2 + 5x)$$

$$D = 2ab + 8b^2$$

$$E = (4x + 3)(3 - 2x) - (4x + 3)(5 - 4x)$$

$$F = (x + 2)(x + 1) + (x + 2)(7x - 5)$$

Correction :

$$A = (6x + 3)[(4x - 5) + (3x + 1)] = (6x + 3)(7x - 4) = 3(2x + 1)(7x - 4)$$

$$B = (2x + 1)[(2x + 1) + (x + 3)] = (2x + 1)(3x + 4)$$

$$C = (3x + 5)[(3 - 2x) - (2 + 5x)] = (3x + 5)(1 - 7x)$$

$$D = 2b(a + 4b)$$

$$E = (4x + 3)[(3 - 2x) - (5 - 4x)] = (4x + 3)(2x - 2) = 2(4x + 3)(x - 1)$$

$$F = (x + 2)[(x + 1) + (7x - 5)] = (x + 2)(8x - 4) = 4(x + 2)(2x - 1)$$

14 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = 2 + 2x$$

$$B = (4x - 5)(2 - x) + (4x - 5)^2$$

$$C = (x - 3)^2 - (x - 3)(4x + 1)$$

$$D = (3x + 4)^2 - (3x + 4)(5x + 6)$$

$$E = (x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$$

$$G = (x - 6)(2 - x) - (2 - x)(3 + 4x)$$

Correction :

$$A = 2(1 + x)$$

$$B = (4x - 5)[(2 - x) + (4x - 5)] = (4x - 5)(3x - 3) = 3(4x - 5)(x - 1)$$

$$C = (x - 3)[(x - 3) - (4x + 1)] = (x - 3)(-3x - 4)$$

$$D = (3x + 4)[(3x + 4) - (5x + 6)] = (3x + 4)(-2x - 2) = -2(3x + 4)(x + 1)$$

$$E = (x + 2)[(x + 1) - 5] = (x + 2)(x - 4)$$

$$G = (2 - x)[(x - 6) - (3 + 4x)] = (2 - x)(-3x - 9) = 3(x - 2)(x + 3)$$

15 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$H = x^2 + 4 + 4x$$

$$B = y^2 - 8y + 16$$

$$I = x^2 + 10x + 25$$

$$C = x^2 - 25$$

$$J = 9x^2 + 4 + 12x$$

$$D = 4x^2 + 8x + 1$$

$$K = x^2 + 49 - 14x$$

$$E = 4 - 12y + 9y^2$$

$$L = x^2 - 12x + 36$$

$$F = 36 - 9x^2$$

$$M = 25x^2 - 30x + 9$$

$$G = 4x^2 - 16$$

Correction :

$$A = (x + 3)^2$$

$$B = (y - 4)^2$$

$$C = (x - 5)(x + 5)$$

$$D = (2x + 1)^2 \text{ (Si l'énoncé de base comporte un 4 à la place du 8)}$$

$$E = (2 - 3y)^2 = (3y - 2)^2$$

$$F = (6 - 3x)(6 + 3x) = 9(2 - x)(2 + x)$$

$$G = (2x - 4)(2x + 4) = 4(x - 2)(x + 2)$$

$$H = (x + 2)^2$$

$$I = (x + 5)^2$$

$$J = (3x + 2)^2$$

$$K = (x - 7)^2$$

$$L = (x - 6)^2$$

$$M = (5x - 3)^2$$

16 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = x^2 - 49$$

$$B = 25 - x^2$$

Correction :

$$A = (x - 7)(x + 7)$$

$$B = (5 - x)(5 + x)$$

17 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (x + 5)^2 + (x + 5)(2x + 3)$$

$$B = (3 - x)(4x + 5) - (7x - 5)(3 - x)$$

$$C = (7x - 1)(4x + 6) - (4x + 6)^2$$

$$D = (15x + 4)(10x - 1) - (15x + 4)$$

Correction :

$$A = (x + 5)[(x + 5) + (2x + 3)] = (x + 5)(3x + 8)$$

$$B = (3 - x)[(4x + 5) - (7x - 5)] = (3 - x)(-3x + 10)$$

$$C = (4x + 6)[(7x - 1) - (4x + 6)] = (4x + 6)(3x - 7) = 2(2x + 3)(3x - 7)$$

$$D = (15x + 4)[(10x - 1) - 1] = (15x + 4)(10x - 2) = 2(15x + 4)(5x - 1)$$

18 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (4x - 1)(2x + 3) + (4x - 1)(7x + 4)$$

$$B = (x + 4)(6x + 3) + (5x - 2)(x + 4)$$

$$C = (8x + 3)(6x - 5) + (8x + 3)$$

$$D = (10x + 3)(-2x + 4) - (10x + 3)(-x + 2)$$

$$E = (3x - 5)^2 - (3x - 5)$$

$$F = (4x + 4)^2 - (7x + 2)(4x + 4)$$

$$G = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(5x - 1) + (2x + 3)(2x - 3)$$

Correction :

$$A = (4x - 1)[(2x + 3) + (7x + 4)] = (4x - 1)(9x + 7)$$

$$B = (x + 4)[(6x + 3) + (5x - 2)] = (x + 4)(11x + 1)$$

$$C = (8x + 3)[(6x - 5) + 1] = (8x + 3)(6x - 4) = 2(8x + 3)(3x - 2)$$

$$D = (10x + 3)[(-2x + 4) - (-x + 2)] = (10x + 3)(-x + 2)$$

$$E = (3x - 5)[(3x - 5) - 1] = (3x - 5)(3x - 6) = 3(3x - 5)(x - 2)$$

$$F = (4x + 4)[(4x + 4) - (7x + 2)] = (4x + 4)(-3x + 2) = 4(x + 1)(-3x + 2)$$

$$G = (2x + 3)[(2x + 3) + (5x - 1) + (2x - 3)] = (2x + 3)(9x - 1)$$

19 Synthèse

1. Développer et réduire l'expression $P = (x + 12)(x + 2)$.
2. Calculer la valeur numérique de P pour $x = 1$.
3. Factoriser l'expression $Q = (x + 7)^2 - 25$.
4. Calculer la valeur numérique de Q pour $x = -2$.

Correction :

1. $P = x^2 + 2x + 12x + 24 = x^2 + 14x + 24$
2. Pour $x = 1$: $P = 1^2 + 14 \times 1 + 24 = 1 + 14 + 24 = 39$
3. $Q = (x + 7)^2 - 5^2 = [(x + 7) - 5][(x + 7) + 5] = (x + 2)(x + 12)$
4. Pour $x = -2$: $Q = (-2 + 2)(-2 + 12) = 0 \times 10 = 0$

20 Synthèse

Soit l'expression $A = (3x - 5)^2 - (1 - 2x)^2$.

1. Développer et réduire A .
2. Factoriser A .
3. Calculer A pour $x = -1$.

Correction :

1. $A = (9x^2 - 30x + 25) - (1 - 4x + 4x^2) = 9x^2 - 30x + 25 - 1 + 4x - 4x^2 = 5x^2 - 26x + 24$
2. $A = [(3x - 5) - (1 - 2x)][(3x - 5) + (1 - 2x)] = (5x - 6)(x - 4)$
3. Pour $x = -1$: $A = 5(-1)^2 - 26(-1) + 24 = 5 + 26 + 24 = 55$

21 Synthèse

On considère l'expression $F = (2x + 1)^2 - 4$.

1. Développer et réduire l'expression F .
2. Factoriser l'expression F .

Correction :

1. $F = 4x^2 + 4x + 1 - 4 = 4x^2 + 4x - 3$
2. $F = (2x + 1)^2 - 2^2 = [(2x + 1) - 2][(2x + 1) + 2] = (2x - 1)(2x + 3)$

22 Synthèse

On considère l'expression $C = (3x - 2)^2 + (3x - 2)(x + 3)$.

1. Développer et réduire l'expression C .
2. Factoriser l'expression C .

Correction :

1. $C = (9x^2 - 12x + 4) + (3x^2 + 9x - 2x - 6) = 12x^2 - 5x - 2$

2. $C = (3x - 2)[(3x - 2) + (x + 3)] = (3x - 2)(4x + 1)$

23 Programmes de calcul

1. Voici un programme de calcul :

Programme A

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.

a. Eugénie choisit 4 comme nombre de départ. Vérifier qu'elle obtient 33 comme résultat du programme.

b. Elle choisit ensuite -5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-elle ?

2. Voici un deuxième programme de calcul :

Programme B

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 6.
- Ajouter 9 au résultat obtenu.

Clément affirme : « Si on choisit n'importe quel nombre et qu'on lui applique les deux programmes, on obtient le même résultat. » Prouver que Clément a raison.

3. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat des programmes soit 54 ?

Correction :

1. a. $(4 + 3)^2 - 4^2 = 7^2 - 16 = 49 - 16 = 33$. Le résultat est bien 33.

b. $(-5 + 3)^2 - (-5)^2 = (-2)^2 - 25 = 4 - 25 = -21$.

2. Pour un nombre x :

– Programme A : $(x + 3)^2 - x^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$.

– Programme B : $6x + 9$.

Les deux expressions sont identiques, Clément a donc raison.

3. On résout $6x + 9 = 54 \iff 6x = 45 \iff x = \frac{45}{6} = 7,5$. Il faut choisir 7,5.

24 Programme de calcul et équation

- Choisir un nombre.
- Calculer son double.
- Soustraire 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire 1.

1. Montrer que, si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 48. (Écrire le détail des calculs)

2. Si on choisit -2 comme nombre de départ, quel nombre obtient-on ? (Écrire le détail des calculs)
3. Si on appelle z le nombre de départ, écrire une expression qui traduit le programme.
4. Quel(s) nombre(s) de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme soit 0 ? (Écrire une équation et la résoudre)

Correction :

1. Double de 4 : $8 \rightarrow 8 - 1 = 7 \rightarrow 7^2 = 49 \rightarrow 49 - 1 = 48$. On obtient bien 48.
2. Double de -2 : $-4 \rightarrow -4 - 1 = -5 \rightarrow (-5)^2 = 25 \rightarrow 25 - 1 = 24$. On obtient 24.
3. L'expression en fonction de z est : $(2z - 1)^2 - 1$.
4. On résout $(2z - 1)^2 - 1 = 0 \iff [(2z - 1) - 1][(2z - 1) + 1] = 0 \iff (2z - 2)(2z) = 0$.
C'est un produit nul : $2z = 0 \iff z = 0$ ou $2z - 2 = 0 \iff z = 1$.

Les nombres de départ à choisir sont 0 et 1.